

○純収益が每期 g で変動する場合、元本も同じ g で変動する式の導出

◇前提条件

1. $n \rightarrow \infty$
2. 今期の純収益 a_1 は前期の純収益 a_{-1} が g で成長したもの。即ち純収益は每期 g で成長する。 $a_1 = a_{-1} (1 + g)$
3. $r > g \geq 0$

◇数式

$$\text{価格時点の価格 } P = \text{純収益 } a \times \text{元利通増年金現価} + \frac{P_n}{(1+r)^n} \quad -①$$

上記前提 1 により、右辺第 2 項（復帰価格の現価）の分母は無限大となるため、第 2 項は ≈ 0 となる。

つまり前提 1 により、①式は右辺第 1 項のみを考えればよく、これは初項 $a/(1+r)$ 、公比 $(1+g)/(1+r)$ の無限等比級数の和となる。ここで前提 1 及び 3 により、式を整理すると、

$$P = \frac{a}{r - g} \quad \text{となる。} -②$$

この②式から元本が同じ g で変動する式を導く。

上記前提 2 より、 a は每期 $(1 + g)$ で変動する。今、 n 年後の P を求めると、②式の分子は $a (1 + g)^n$ となり、 n 年の価格 P_n は以下の③式により求められる。

$$P_n = \frac{a (1 + g)^n}{r - g} \quad -③$$

ここで、②式より $P = \frac{a}{r - g}$ であるから、これを③式に代入すると、

$$P_n = \frac{a (1 + g)^n}{r - g} = \frac{a}{r - g} \times (1 + g)^n = P \times (1 + g)^n$$

となり、価格も g で成長することがわかる。